

Corrigé

Identités remarquables et équations

Modélisation par une équation ou une inéquation

Exercice 1.

Modéliser chaque situation par une équation ou une inéquation puis répondre à la question.

1. Notons p le nombre de kilogrammes de pommes. On sait qu'il paie 3 fois le nombre de kilogramme plus 1 euro pour le trajet et que cela ne doit pas dépasser 9 : $3p + 1 < 9$

D'où $p < \frac{8}{3} \approx 2,66...$ Il peut acheter jusqu'à 2,66... kilogrammes de pommes.

2. Notons s la somme perçue par le deuxième. On sait que $3s + s = 50000$, ainsi $s = \frac{50000}{4} = 12500$.

Le deuxième gagne 12 500 € et le premier $3 \times 12500 = 37500$ €.

3. Notons a , b , c et d les sommes respectivement reçues par Abel, Bérénice, Chloé et Dimitri. On sait que $a + b + c + d = 1000$. On sait aussi que $c = d + 50$, que $b = c + 50 = d + 100$ et que $a = b + 50 = d + 150$. La première équation devient alors $d + 150 + d + 100 + d + 50 + d = 1000$ c'est à dire $d = \frac{1000 - 300}{4} = 175$.

On en conclut que Dimitri reçoit 175 € ; Chloé reçoit $175 + 50 = 225$ € ; Bérénice reçoit $225 + 50 = 275$ € et Abel reçoit $275 + 50 = 325$ €.

4. Notons s la quantité de bougies standard fabriquées et q la quantité de bougies "qualité". On traduit l'énoncé par : $2s + 5q < 40$. On peut alors répondre aux questions.

Dans le cas où autant de bougies "standard" que "qualité" sont fabriquées cela revient à avoir $s = q$ donc $2q + 5q < 40$ c'est à dire $q < \frac{40}{7}$. Comme les

bougies sont un nombre entier et que $\frac{40}{7} \approx 5,7$ on pourra avoir jusqu'à 5 bougies de chaque type.

Dans le cas où deux fois plus de bougies "standard" que de "qualité" sont fabriquées cela revient à avoir $s = 2q$ donc $2 \times 2q + 5q < 40$ c'est à dire $q < \frac{40}{9}$.

Comme les bougies sont un nombre entier et que $\frac{40}{9} \approx 4,4$ on pourra avoir jusqu'à 4 bougies de "qualité" fabriquées et 8 "standard" (car $4,4 \times 2 = 8,8$).

Dans le cas où dix fois plus de bougies "standard" que de "qualité" sont fabriquées cela revient à avoir $s = 10q$ donc $2 \times 10q + 5q < 40$ c'est à dire $q < \frac{40}{25}$.

Comme les bougies sont un nombre entier et que $\frac{40}{25} \approx 1,6$ on pourra avoir jusqu'à 1 bougie de "qualité" fabriquées et 16 "standard" (car $1,6 \times 10 = 16$).

5. Notons t le temps écoulé en heures. La distance (en km) parcourue par le piéton est de $5t$ tandis que celle parcourue par le cycliste est de $20(t - 1)$ puisqu'il attend une heure avant de partir.

Le cycliste doublera le piéton quand les deux expressions seront égales : $5t = 20(t - 1)$ c'est à dire $t = \frac{-20}{-15} = \frac{4}{3}$ d'heures ou $\frac{4}{3} \times 60 = 80$ minutes.

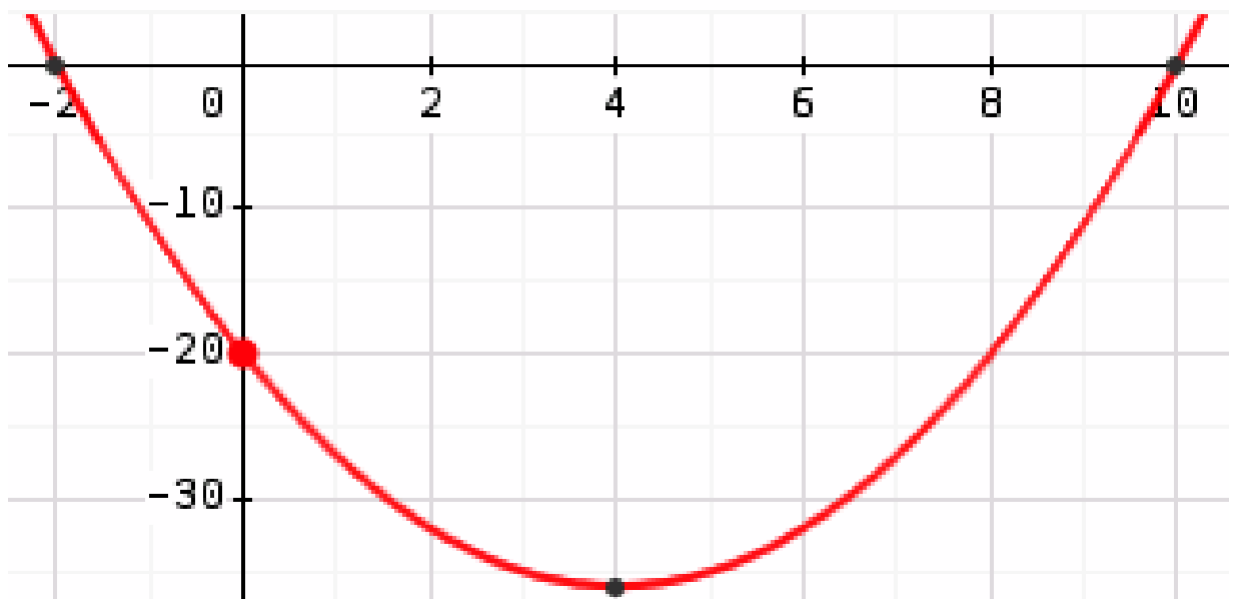
6. Notons u le nombre d'utilisations. Le premier fournisseur a un tarif de $29 + 0,05u$ par mois tandis que le second a un tarif de $11 + 0,10u$ par mois.

Le second est moins cher si on n'utilise pas le logiciel (11 € contre 29 €). Il devient au même tarif lorsque $29 + 0,05u = 11 + 0,10u$ c'est à dire $0,05u = \frac{18}{0,05} = 360$ utilisations. Au delà de ce nombre c'est le premier fournisseur qui devient plus rentable.

7. Notons c la longueur du côté du plus petit carré. Les autres ont des longueurs de $c + 1$; $c + 2$; $c + 3$ et $c + 4$.

On sait que $c^2 + (c + 1)^2 + (c + 2)^2 = (c + 3)^2 + (c + 4)^2$ ce qui donne une fois développé et simplifié : $c^2 - 8c - 20 = 0$. Voilà une équation que l'on ne sait pas encore résoudre correctement... mais en regardant graphiquement on remarque que les solutions sont -2 et 10 :

Auto ● Axes ≠ Naviguer Calcul



8. Notons l la largeur de la photographie. La longueur vaut $2l$. Le cadre, en comptant la décoration, a une largeur de $l + 10$ (5 de marge en haut et en bas) et une longueur de $2l + 10$ (5 de marge à gauche et à droite).

La surface du cadre au total est donc de $(l+10)(2l+10) = 2l^2 + 10l + 20l + 100 = 2l^2 + 30l + 100$.

La surface de la photographie est de $l \times 2l = 2l^2$.

On en conclut que la surface de la décoration qui fait le contour de la photographie est la soustraction de ces deux résultats : $2l^2 + 30l + 100 - 2l^2 = 30l + 100$.

C'est cette dernière valeur qui donne l'aire de 520 cm². L'équation à respecter est donc : $30l + 100 = 520$

On en conclut que $l = \frac{520 - 100}{30} = 14$. La photographie fait 14 cm de large et 28 cm de long.

9. Notons ν la durée de sa vie en années.

Son enfance dure $\frac{1}{6}\nu$.

Son adolescence dure $\frac{1}{12}\nu$.

S'écoule encore $\frac{1}{7}\nu$.

On ajoute 5 ans pour la naissance de son fils.

Celui ci vécut $\frac{1}{2}\nu$.

Puis 4 ans s'écoulaient avant le décès de Diophante.

Au total on a la durée de sa vie qui vaut : $\nu = \frac{1}{6}\nu + \frac{1}{12}\nu + \frac{1}{7}\nu + 5 + \frac{1}{2}\nu + 4 = \frac{25}{28}\nu + 9$

D'où $\nu - \frac{25}{28}\nu = 9$ c'est à dire $\frac{3}{28}\nu = 9$ et $\nu = 9 \times \frac{28}{3} = 84$ ans.