# Corrigé

# Vecteurs avec coordonnées

## Caractériser le parallélisme par la colinéarité de vecteurs.

### Exercice 1.

Dire si les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles dans chacun des cas suivants :

**1.** $A(1;1)$, $B(2;2)$ , $C(3;4)$ et $D(4;5)$.

On calcule les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 2-1 \\ 2-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 4-3 \\ 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

On applique ensuite le critère de colinéarité : $1 \times 1 - 1 \times 1 = 0$.

Les vecteurs sont colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles.

**2.** $A(2;3)$, $B(5;7)$ , $C(8;1)$ et $D(11;6)$.

On calcule les vecteurs $\vec{AB} = \begin{pmatrix} 5-2 \\ 7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 11-8 \\ 6-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

On applique ensuite le critère de colinéarité : $3 \times 5 - 4 \times 3 = 3 \neq 0$.

Les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ ne sont pas parallèles.

**3.** $A(-8;4)$, $B(5;-7)$ , $C(8;-4)$ et $D(-5;7)$.

On calcule les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5-(-8) \\ -7-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ -11 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -5-8 \\ 7-(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -13 \\ 11 \end{pmatrix}$.

On applique ensuite le critère de colinéarité : $13 \times 11 - (-11) \times (-13) = 0$.

Les vecteurs sont colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles.

**4.** $A(0;3)$, $B(15;34)$ , $C(5;7)$ et $D(1;6)$.

On calcule les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 15-0 \\ 34-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ 31 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} 1-5 \\ 6-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \end{pmatrix}$.

On applique ensuite le critère de colinéarité : $15 \times (-1) - 31 \times (-4) = 59 \neq 0$.

Les vecteurs ne sont pas colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ ne sont pas parallèles.

5. $A(-78;-13)$, $B(64;42)$ , $C(-91;-55)$ et $D(56;36)$.
On calcule les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}64-(-78)\\42-(-13)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}142\\55\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix}56-(-91)\\36-(-55)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}147\\91\end{pmatrix}$.
On applique ensuite le critère de colinéarité : $142 \times 91 - 55 \times 147 = 0$.
Les vecteurs sont colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles.

6. $A(3;5)$, $B(12;22)$ , $C(7;13)$ et $D(500;1000)$.
On calcule les vecteurs $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix}12-3\\22-5\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}9\\17\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix}500-7\\1000-13\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}493\\987\end{pmatrix}$.
On applique ensuite le critère de colinéarité : $9 \times 987 - 17 \times 493 = 0$.
Les vecteurs sont colinéaires donc les droites $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles.

## Exercice 2.

Dans chacun des cas de l'exercice précédent que peut-on en déduire sur le quadrilatère $ABCD$ ?
Quand $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux comme dans la question 1 le quadrilatère ABDC est un parallélogramme mais ABCD est "croisé".
Quand $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont opposés comme dans la question 3 le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.
Dans les cas pour lesquels $(AB)$ et $(CD)$ sont parallèles alors ABCD est un trapèze (potentiellement "croisé").
Enfin si $(AB)$ et $(CD)$ ne sont pas parallèles le quadrilatère est à priori quelconque.

## Exercice 3.

Dans chaque cas compléter les coordonnées du point $D$ de façon à ce que les droites $(AB)$ et $(CD)$ soient parallèles.

1. $A(1;6)$, $B(7;3)$ , $C(10;8)$ et $D(8;9)$.

2. $A(-3;8)$, $B(6;-2)$ , $C(7;0)$ et $D\left(-1;\dfrac{80}{9}\right)$.

3. $A(-47;-89)$, $B(-14;-27)$, $C(19;34)$ et $D\left(\dfrac{1282}{31};76\right)$.

4. $A(23;47)$, $B(-32;-63)$, $C(45;92)$ et $D(-51;-100)$.

5. $A(11;21)$, $B(13;30)$, $C(4;9)$ et $D\left(\dfrac{1058}{3};1578\right)$.

6. $A(2;5)$, $B(9;17)$, $C(15;28)$ et $D\left(888;\dfrac{10672}{7}\right)$.