Annales baccalauréat STI2D
Exponentielle

Exercice 1. Polynésie 13 mars 2023

Soit la fonction f définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ par

$$f(x) = xe^{-x}.$$

1. Donner la limite de f en $+\infty$.
2. Montrer que pour tout réel x appartenant à $[0\,;\,+\infty[$, $\quad f'(x) = e^{-x}(1-x)$, où f' désigne la fonction dérivée de f.
3. En déduire le tableau complet des variations de la fonction f sur $[0\,;\,+\infty[$.

Exercice 2. Métropole, Antilles-Guyane 20 mars 2023

L'expression $\dfrac{\left(\mathrm{e}^{-3x}\right)^2 \times \left(\mathrm{e}^{2x}\right)^{-3}}{\mathrm{e}^{5x} \times \mathrm{e}^{6x}}$ vaut :

A	B	C	D
e^{-1}	$\dfrac{2}{5}x^{-3}$	e^{-x}	e^{-23x}

Exercice 3. Métropole, Antilles-Guyane 20 mars 2023

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \mathrm{e}^{2x}(-3x+1).$$

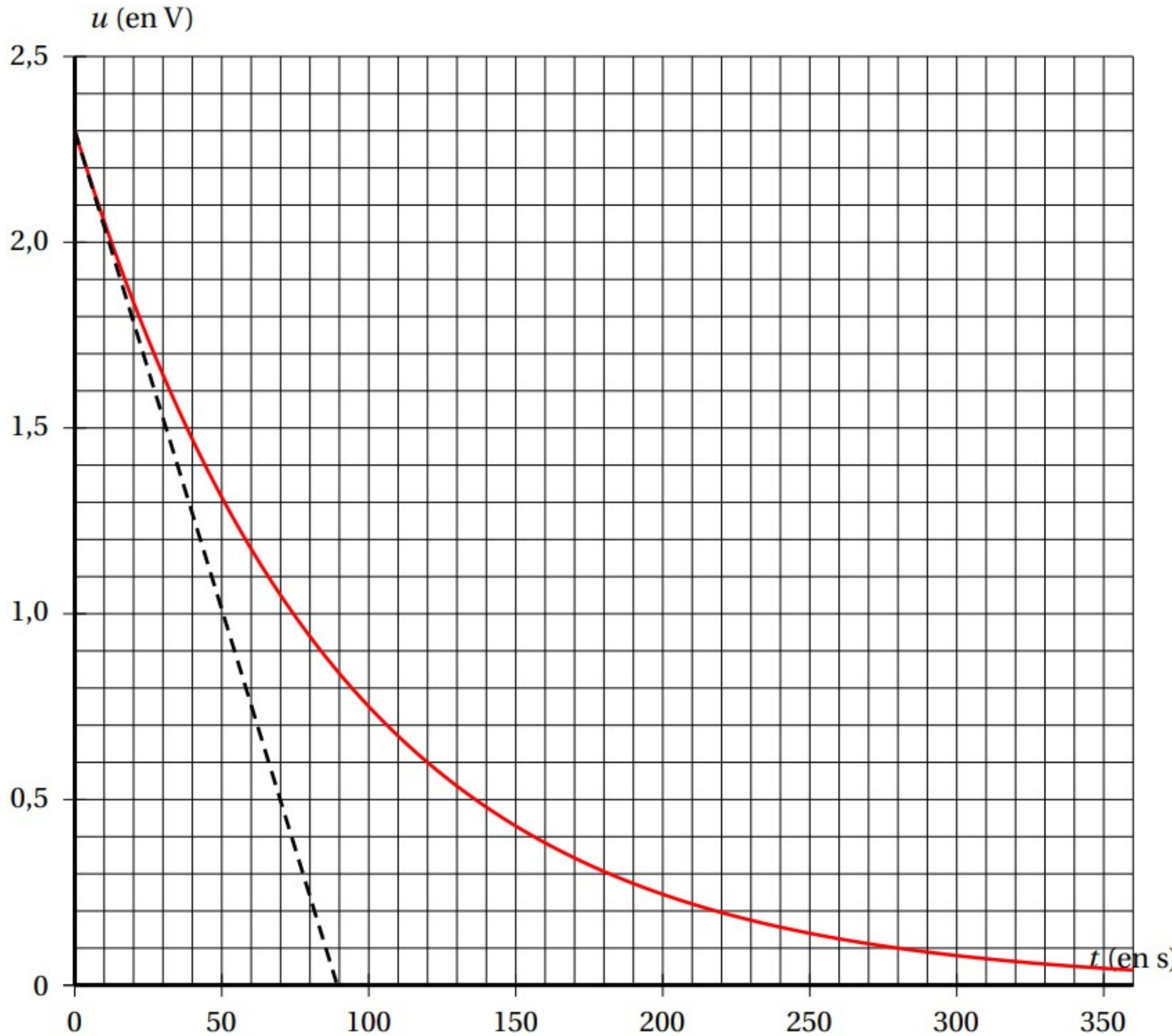
On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note f' la fonction dérivée de f sur $\mathbb{R}$.
Montrer que

$$f'(x) = \mathrm{e}^{2x}(-6x-1).$$

Exercice 4. Mexique mars 2023

On réalise un montage qui permet de charger un supercondensateur de capacité égale à 372 F avec un générateur (interrupteur sur 1), puis de le décharger dans le conducteur ohmique de résistance R (interrupteur sur 2).

Le graphique ci-dessous représente l'enregistrement de l'évolution de la tension aux bornes du supercondensateur au cours de sa décharge.



Données : énergie W_c accumulée par le supercondensateur

$$W_c = \frac{1}{2} \times C \times u^2.$$

Avec C : capacité du supercondensateur en farad (F)
u : tension aux bornes du supercondensateur en volt (V)
W_c : énergie stockée dans le supercondensateur en joule (J)
1 W h = 3 600 J

3. À partir du graphique, déterminer l'énergie initiale disponible dans le supercondensateur.

4. Sachant que sa masse est de 60 g, montrer que son énergie massique est bien typique d'un supercondensateur.

L'évolution de la tension aux bornes du supercondensateur, après fermeture de l'interrupteur K en position 2, est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(x) = 2,3\mathrm{e}^{-0,0112x},$$

où x représente le temps en seconde.

5. Montrer qu'une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 0 est :

$$y = -0,02576x + 2,3.$$

On rappelle qu'une équation de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a est

$$y = f'(a)(x-a) + f(a) \text{ où } f' \text{ est la fonction dérivée de } f.$$

6. Déterminer l'abscisse τ du point d'intersection de cette tangente avec l'axe des abscisses.

On donnera une valeur approchée à 10^{-1} près.

7. Déterminer la capacité C du supercondensateur sachant que $\tau = RC$ et $R = 0,235\ \Omega$.

Comparer la valeur obtenue à partir de ce modèle avec les données du constructeur.

Exercice 5. Mexique mars 2023

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x-1)\mathrm{e}^{x}.$$

f est dérivable et sa dérivée est notée f'.
Justifier le signe de $f'(x)$ établi dans le tableau ci-dessous :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

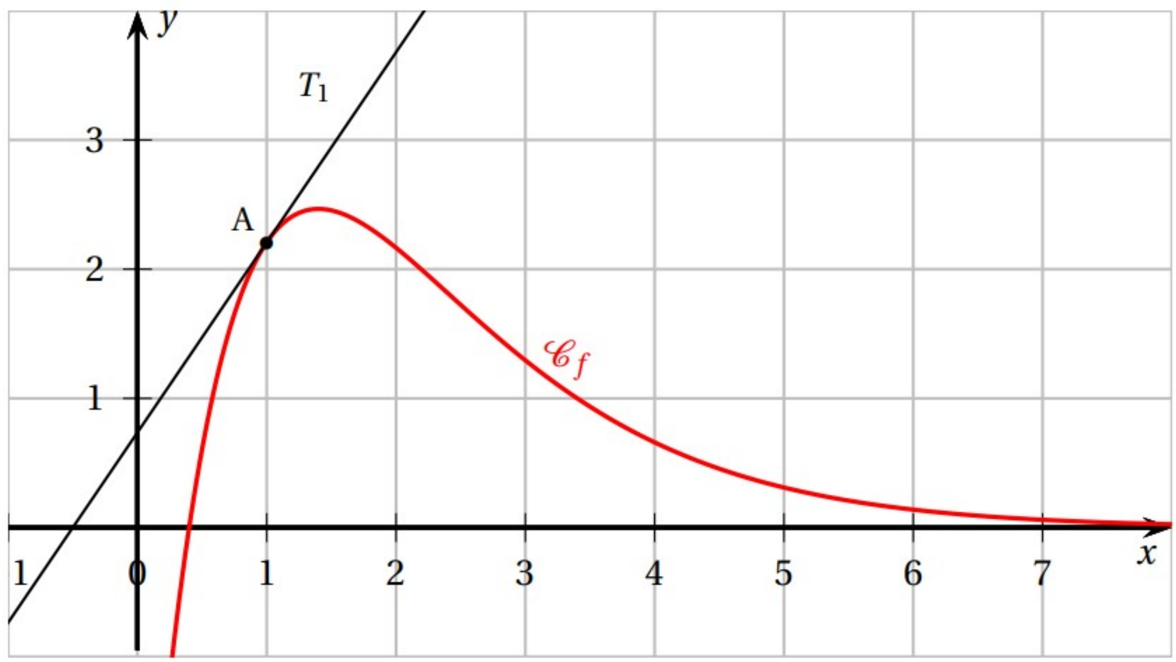
Exercice 6. Nouvelle-Calédonie 9 septembre 2023

Soit la fonction f définie pour tout réel x par

$$f(x) = (10x - 4)e^{-x}.$$

On nomme $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f donnée dans le repère ci-dessous.
La droite T_1 est la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse 1 et on admet que la dérivée de f est définie pour tout réel x par

$$f'(x) = (-10x + 14)e^{-x}.$$



1. Calculer la valeur exacte de l'ordonnée du point A.
2. Calculer $f'(1)$.
   Interpréter graphiquement cette valeur.
3. La courbe représentative de la fonction f suggère l'existence d'un maximum sur l'intervalle $[1\,;2]$.
   Quelle est la valeur exacte de ce maximum ?

Exercice 7. Métropole, Antilles-Guyane 12 septembre 2023

Contrôle de la température dans un lave-linge.

Lors d'un cycle de lavage d'une machine à laver le linge, la phase qui consomme le plus d'énergie est le chauffage de l'eau utilisée en phase de lavage.

Chauffage de l'eau dans le lave-linge.

Le chauffage de l'eau est assuré par une résistance chauffante d'une puissance électrique $P_{\text{élec}} = 2{,}0\,\text{kW}$.
En moyenne, le volume de l'eau utilisée lors d'une phase de lavage est $V = 15\,\text{L}$.

Q1. Calculer la valeur du transfert thermique Q nécessaire pour chauffer le volume d'eau V lors d'un cycle de lavage de 20 °C à 40 °C.
Question de physique.

Données :
— Capacité thermique massique de l'eau : $C_{\text{eau}} = 4\,180\ J \cdot kg^{-1} \cdot{}^{\text{o}}\,C^{-1}$.
— Masse volumique de l'eau : $\rho_{\text{eau}} = 1{,}0\,\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$.

Q2. Donner la relation entre l'énergie électrique $E_{\text{élec}}$ consommée pendant la durée Δt de la phase de chauffage et la puissance $P_{\text{élec}}$. Préciser les unités.
Question de physique.

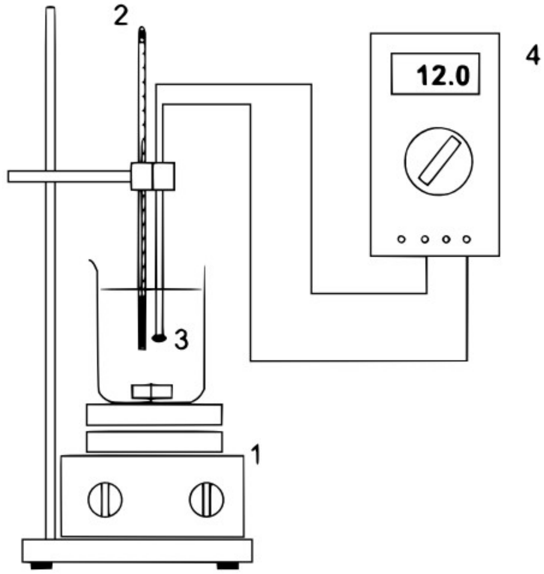
On considère que toute l'énergie électrique consommée par la résistance chauffante est transférée au volume d'eau.

Q3. Vérifier que la durée Δt de la phase de chauffage est de l'ordre de 10 minutes.
Question de physique.

Étude d'une thermistance CTN.

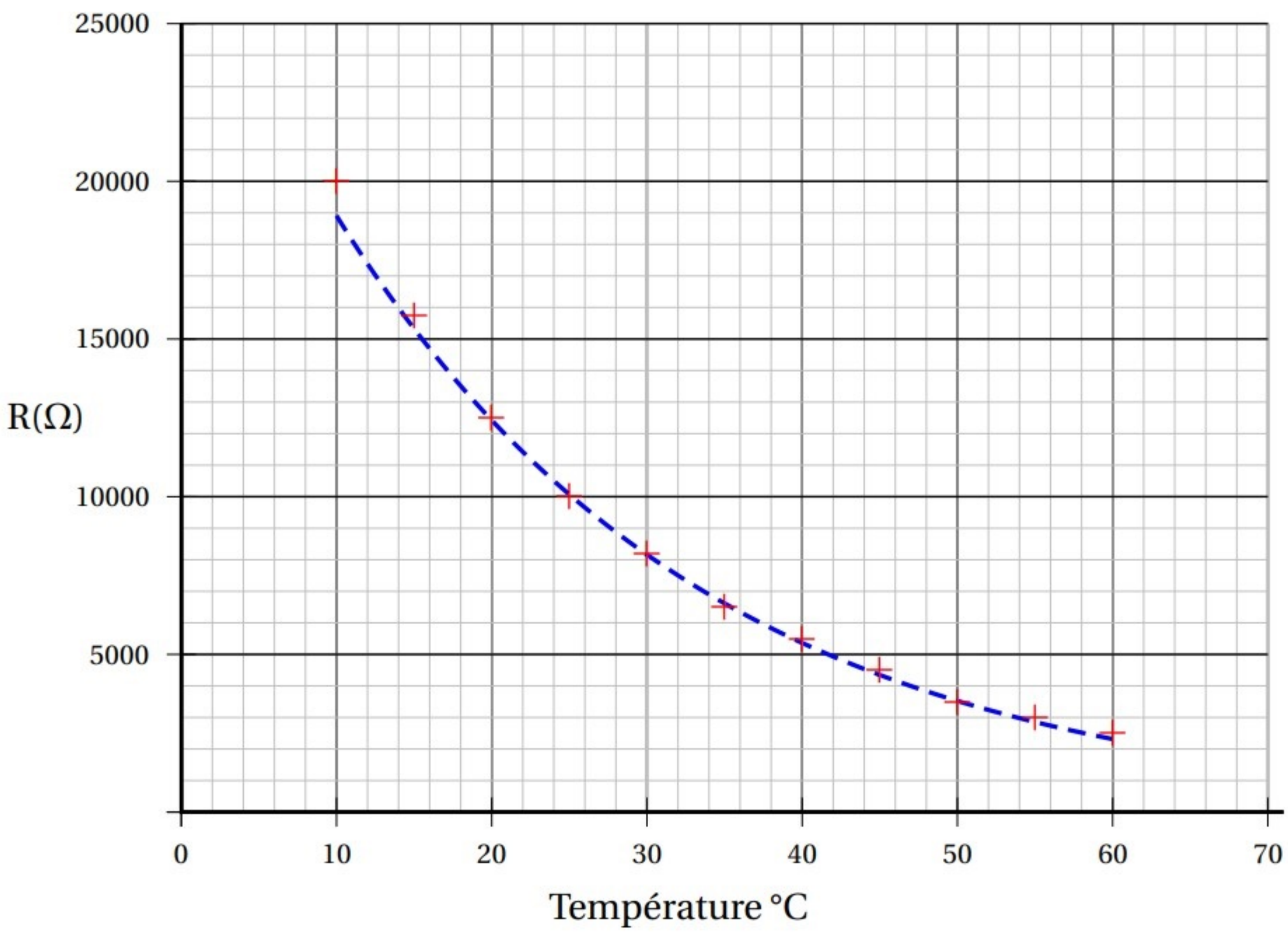
La température de l'eau est contrôlée par une thermistance CTN, qui est un composant dont la valeur de la résistance électrique R varie en fonction de la température.
Il est possible, au laboratoire, d'étudier les variations de la résistance d'une thermistance CTN en fonction de la température à l'aide du montage représenté dans le document 1.

Document 1 –Montage expérimental



1 : Agitateur magnétique chauffant
2 : Thermomètre
3 : Thermistance
4 : Ohmètre

Les valeurs obtenues pour une thermistance donnée permettent de tracer la courbe suivante.



Document 2 - Résistance de la thermistance CTN en fonction de la température

Cette résistance (en Ω), en fonction de la température T (en °C), peut être modélisée par la fonction R définie sur [0 ; 100] :

$$R(T) = 28\,785 \times e^{-0,042\times T}.$$

Q4. À l'aide du graphique, déterminer à partir de quelle température la résistance devient inférieure à 10 kΩ.

Q5. Résoudre sur [0 ; 100] l'équation $R(T) = 10\,000$. Comparer avec la valeur lue sur le graphique à la question **Q4.**

Q6. On note R' la fonction dérivée de R sur [0 ; 100]. Déterminer une expression de $R'(T)$ en $\Omega \cdot ^{\text{o}} C^{-1}$.

La sensibilité de la thermistance CTN est donnée par la fonction S définie sur [0 ; 100] par :

$$S = -\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}T}.$$

Le dispositif de régulation de la température sera d'autant plus performant que la valeur de la sensibilité de la thermistance sera grande.

Q7. Montrer que la sensibilité de la thermistance CTN est environ 12 fois plus grande à 30 °C qu'à 90 °C.

Exercice 8. Métropole, Antilles-Guyane 12 septembre 2023

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2e^{3x} - 2$.

Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.

Exercice 9. Polynésie 4 mai 2022

Une société de peinture utilise, dans le cadre de son activité, une nacelle élévatrice (dite « nacelle à ciseaux »).

On note $h(t)$ la hauteur (en mètre) de la nacelle à l'instant t (en seconde) suivant la mise en route.

On suppose que h est la fonction de la variable réelle t définie et dérivable sur $[0 ; +\infty[$ d'expression

$$h(t) = -15\mathrm{e}^{-0,2t} + 18.$$

D'après : *https ://www.haulotte.fr/produitlh18-sx*

1. Déterminer la hauteur initiale de la nacelle.
2. Déterminer la limite de la fonction h en $+\infty$. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

Exercice 10. Métropole — La Réunion 11 mai 2022

Modèle de la vitesse de refroidissement d'un lait écrémé

Dans le domaine de l'agroalimentaire, la question du refroidissement des produits préparés peut être cruciale. On peut citer par exemple la problématique de la durée de refroidissement du lait produit dans une ferme : afin d'éviter la prolifération microbienne, il convient de minimiser cette durée de refroidissement.
Afin d'étudier l'évolution de la température d'une masse de liquide en contact avec l'atmosphère d'une pièce en fonction du temps, l'expérience suivante est réalisée.
Une masse de lait écrémé $m = 150$ g est chauffée à une température de 63,4 °C. On laisse ensuite le lait se refroidir à l'air libre en relevant sa température toutes les minutes.
Pendant toute la durée de l'expérience, la température de l'air de la pièce reste constante et inférieure à celle du lait.

Résultats de l'expérience : température de la masse de lait en fonction du temps t.

t (en min)	0	1	2	3	4	5	6	7
température (en °C)	63,4	61,7	60,2	58,6	57,4	56,2	54,7	53,6
t (en min)	8	9	10	11	12	13	14	15
température (en °C)	52,4	51,2	50,4	49,4	48,5	47,4	46,6	45,9

Donnée :
– Pour la capacité thermique massique du lait, on prendra : $C_{\text{lait}} = 4,0\ \text{kJ.kg}^{-1}.\ \text{K}^{-1}$.

1. Citer les trois modes de transferts thermiques.
   Question de physique.
2. Préciser, en le justifiant, le sens du transfert thermique entre la masse de lait et l'air de la pièce.
   Question de physique.

3. Calculer, d'après les résultats expérimentaux, la valeur du transfert thermique Q entre la masse de lait et l'air de la pièce entre les dates $t = 1$ min et $t = 2$ min.

   Question de physique.

   Sans calcul, préciser si la valeur du transfert thermique est plus petite ou plus grande que Q entre les dates $t = 6$ min et $t = 7$ min.

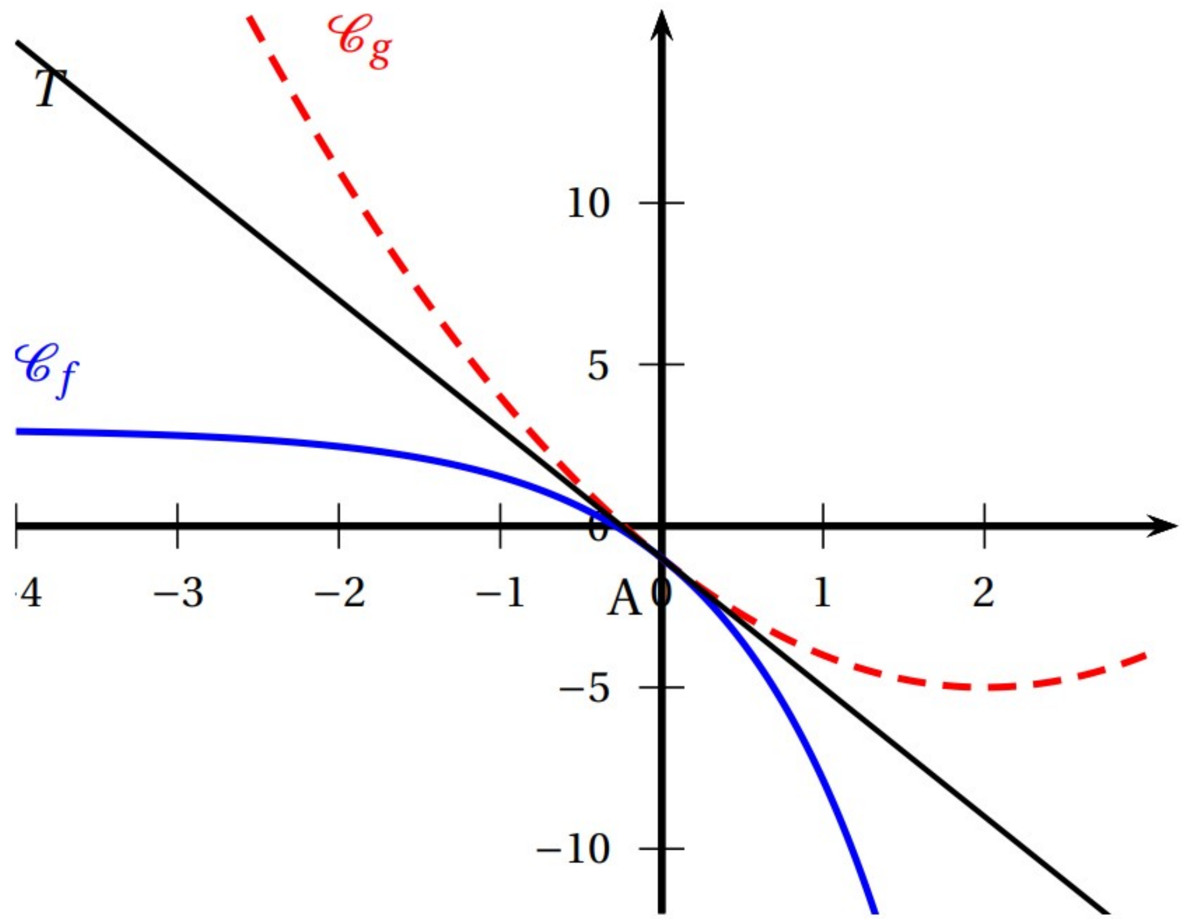
   La température du lait, exprimée en degré Celsius, en fonction du temps t, exprimé en minute, est modélisée par la fonction T définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par :

$$T(t) = 37 \times \mathrm{e}^{-\frac{20t}{459}} + 26,4.$$

4. Calculer $T(0)$ et interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
5. Déterminer $\lim\limits_{t \to +\infty} T(t)$.
   Selon ce modèle, quelle est la température de l'air de la pièce ? Justifier.
6. Selon ce modèle, au bout de combien de temps la température du lait vaut-elle 40°C ? Donner le résultat en minute et seconde.

Exercice 11. Métropole — La Réunion 11 mai 2022

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = a + b\mathrm{e}^x$, où a et b sont deux nombres réels.
On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4x - 1$.
On note $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives des fonctions f et g, tracées dans le repère orthogonal ci-dessous.



1. On admet que les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont un unique point en commun, noté A d'abscisse 0.

   Calculer $g(0)$, puis en déduire que $a+b=-1$.

2. On admet que les deux courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ ont la même tangente T au point A.

   a. Donner, pour tout réel x, une expression de $g'(x)$ puis calculer $g'(0)$.

   b. En déduire la valeur de b, puis celle de a.

Exercice 12. Centres étrangers 18 mai 2022

L'étude proposée concerne un avion A320 d'environ 180 places.

Le taxiage est la période au cours de laquelle l'avion se déplace au sol, soit pour aller vers la piste de décollage soit pour aller vers son point de stationnement.

L'objectif du dispositif étudié est de permettre le déplacement autonome de l'avion au sol, sans utiliser ses moteurs principaux (réacteurs) mais des moteurs électriques.
Cette solution garantit une réduction des nuisances sonores et des émissions de CO_2.
L'utilisation des moteurs électriques diminue aussi fortement l'ingestion de corps étrangers (oiseaux) par les réacteurs sur le tarmac. La solution étudiée consiste en une motorisation électrique des deux trains principaux de l'avion (un moteur électrique par train). Lors des phases de déplacement au sol, l'avion est propulsé par ses moteurs électriques, au lieu de ses réacteurs.

Caractéristiques de l'Airbus A320

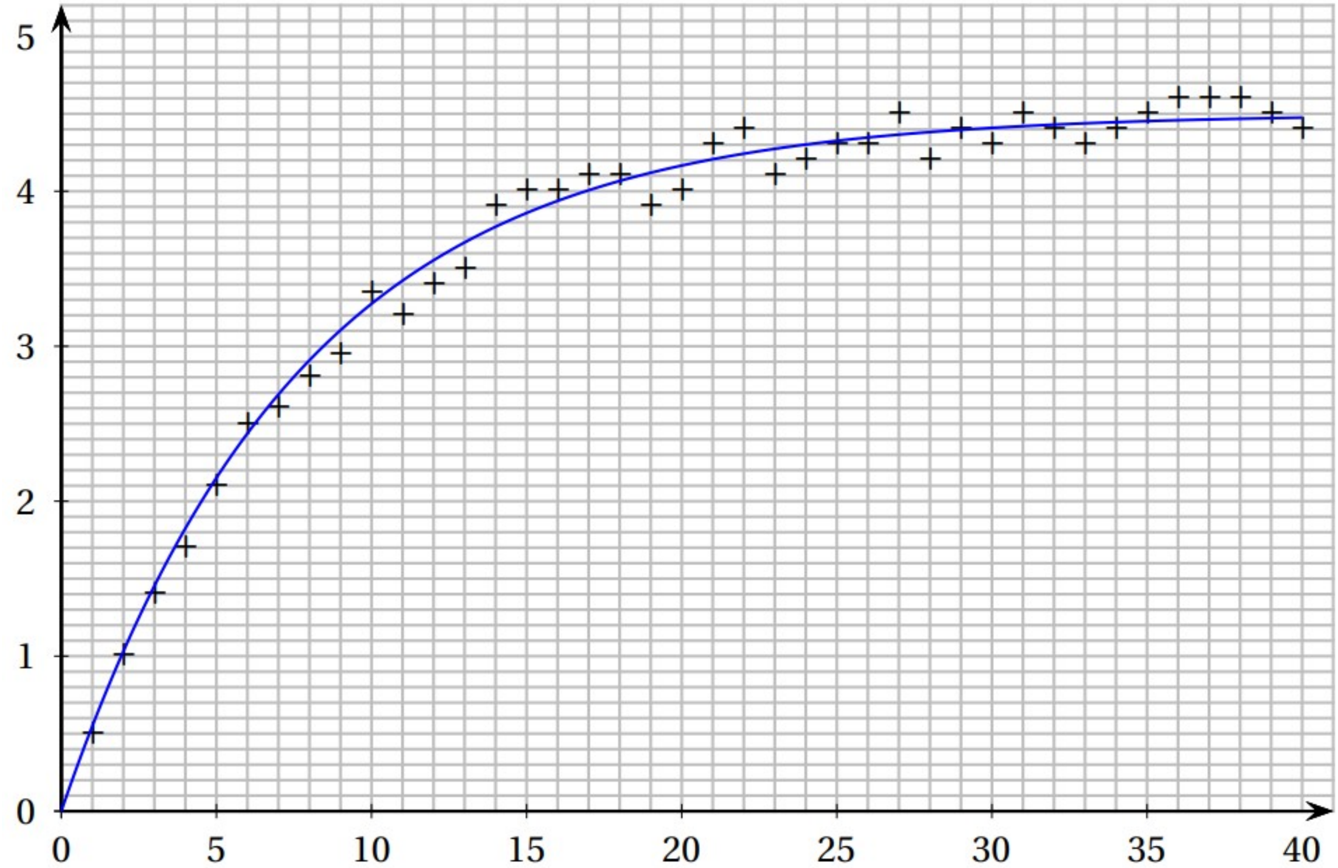
Équipage	
Équipage commercial	4 personnes
Équipage technique	2 personnes
Mécanicien navigant	–
Pilotes	2 personnes
Radio	–
Masse (kg)	
Masse à vide	42 600
Masse maximale à l'atterrissage	64 500
Masse maximale au décollage	73 500
Motorisation	
Moteurs	–
Poussée	9 980 kgp
Réacteurs	x2 CFM56-5A4

D'après https ://fr.wikipedia.org//Airbus_A320

Toute l'étude est réalisée lors d'un taxiage avant un décollage sur sol horizontal en charge maximale.
L'avion, initialement à l'arrêt, démarre sur un sol horizontal et atteint une vitesse maximale $v_{\max}$. On modélise la vitesse de l'avion, exprimée en m.s^{-1}, par une fonction f définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $f(t) = A \times \left(1 - e^{-0,13t}\right)$ où A est une constante réelle et t est le temps exprimé en seconde.

1. Exprimer en fonction de A, $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$.

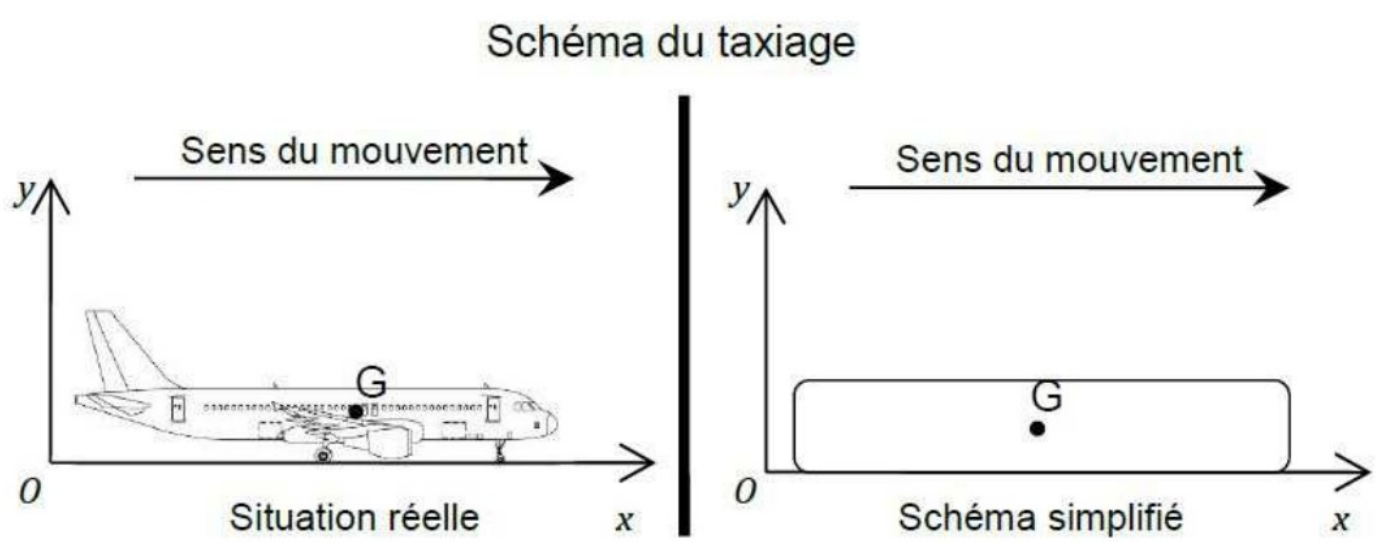
La représentation graphique de cette fonction est donnée sur le graphique ci-après. Elle modélise les valeurs expérimentales représentées par des croix sur ce graphique.



2. Conjecturer la valeur de A à l'aide du graphique.

La vitesse de l'avion, exprimée en m.s^{-1}, est modélisée par la fonction v définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $v(t) = 4,5 \times \left(1 - e^{-0,13t}\right)$. On admet que v est dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$ et on note v' la dérivée de v.

3. Montrer que $v'(t) = 0,585 \times e^{-0,13t}$. En déduire l'accélération initiale de l'avion.



Questions de physique.

4. Préciser la direction et le sens de la force de traction $\overrightarrow{F}_T$ exercée par les moteurs électriques sur l'avion.
5. Recopier le schéma simplifié sur votre copie et représenter en G, sans souci d'échelle, toutes les forces s'exerçant sur l'avion. Indiquer le nom de chacune de ces forces.
6. On se place à l'instant $t = 0$ s. En appliquant le principe fondamental de la dynamique, montrer que si l'on néglige les forces de frottement, on peut écrire $F_T = m \times a$.
7. En déduire la valeur de la force de traction exercée par chacun des moteurs électriques lors du démarrage de l'avion, sachant que l'accélération à $t = 0$ s est estimée à $0{,}585$ m.s^{-2}.

Exercice 13. Centres étrangers 18 mai 2022

g est une fonction définie et dérivable sur $[0\,;\,+\infty[$.
On admet que la dérivée de g est la fonction g' définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$g'(t) = 6e^{-t}(1-t).$$

1. Étudier le signe de $g'(t)$ sur $[0\,;\,+\infty[$.
2. En déduire les variations de g sur $[0\,;\,+\infty[$.

Exercice 14. Centres étrangers 18 mai 2022

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2e^x$.

1. Montrer que pour tout réel x de $\mathbb{R}$, $f(x) = e^x\left(x^2e^{-x} - 2\right)$.
2. En déduire $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

Exercice 15. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

L'iode 131 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi $N(t) = N(0)e^{-0,086t}$, où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant t, exprimé en jour.
Déterminer le temps au bout duquel la moitié des noyaux d'iode 131 se sont désintégrés (demi-vie). On donnera le résultat en nombre de jours arrondi à l'unité.

Exercice 16. Métropole — La Réunion (candidats libres) septembre 2021

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2e^x$.

Vrai ou faux : « La fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$. »

Corrigé