# Annales baccalauréat STI2D
# Exponentielle et logarithme

## Exercice 1. Polynésie 13 mars 2023

La fonction $\theta$, représentée ci-dessous, modélise l'évolution de la température du four (exprimée en degré Celsius) en fonction du temps t (exprimé en minute) écoulé depuis la fin de la pyrolyse. L'instant initial $t = 0$ correspond au début de la phase de refroidissement.

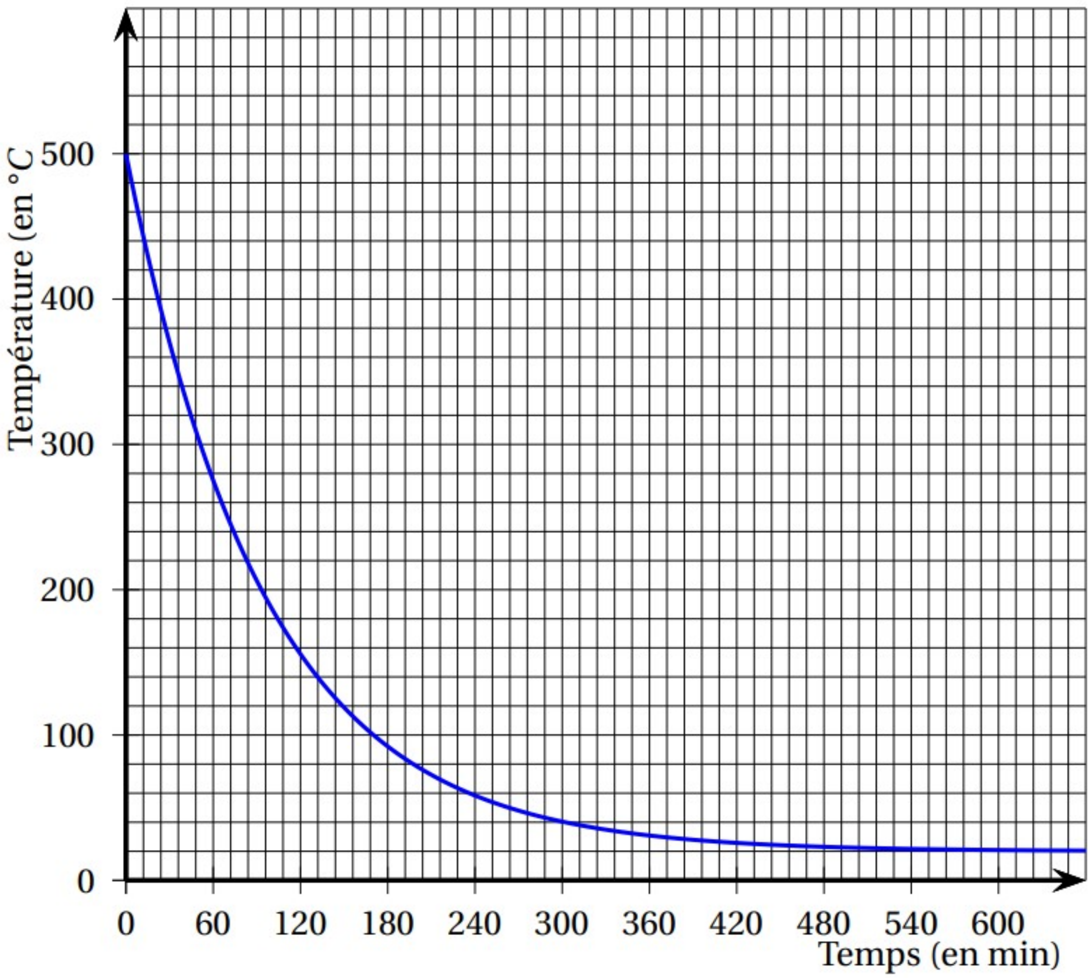



*Figure* 1 *: évolution de la température en fonction du temps lors de la phase de refroidissement*

1. Déterminer graphiquement $\lim\limits_{t \to +\infty} \theta(t)$.
2. Interpréter cette limite dans le contexte de l'exercice.

   La fonction $\theta$ utilisée pour cette modélisation est définie sur $[\,0\,;+\infty[$ par :

$$\theta(t) = 480e^{-\frac{1}{95}t} + 20.$$

3. Calculer la valeur exacte de la solution de l'équation $\theta(t) = 280$. Pour des raisons de sécurité, le fabricant impose que la porte du four reste verrouillée tant que la température du four est supérieure à $280°C$.
4. Au bout de combien de temps la porte se déverrouille-t-elle ?

## Exercice 2. Mexique mars 2023

L'évolution de l'effectif de la population d'un pays, exprimé en millions d'habitants, est modélisée par la fonction $f$ définie sur $[0\,;40]$ comme suit :

$$f(t) = 10\mathrm{e}^{0,02t},$$

où $t$ correspond au nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2020.

1. Estimer le nombre d'habitants donné par ce modèle au 1er janvier 2020 et au 1er janvier 2021.
2. D'après ce modèle, déterminer l'année durant laquelle l'effectif de la population dépassera 20 millions d'habitants.

## Exercice 3. Métropole, Antilles-Guyane 12 septembre 2023

On considère un réel $x$, strictement positif et on note $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$.
Pour tout réel $x$, strictement positif, $\log(100x)$ est égal à :

| A | B | C | D |
|---|---|---|---|
| $10x$ | $100\log(x)$ | $2+\log(x)$ | $10+\log(x)$ |

## Exercice 4. Polynésie 4 mai 2022

Une voiture électrique, dont l'accumulateur est totalement déchargé, est branchée à une borne de rechargement. L'énergie emmagasinée par l'accumulateur (en kilowattheure), notée $E$, peut être modélisée en fonction du temps $t$ écoulé (en heure) par la fonction $E$ définie pour
$t \in [0\,;\,+\infty[$ par :

$$E(t) = 18\left(1 - e^{-0,45t}\right).$$

On admet que cette voiture a une énergie de stockage limitée à 18 kWh.
Déterminer l'instant $t_0$, arrondi à la minute, à partir duquel la moitié de cette énergie de stockage limite a été emmagasinée.

### Exercice 5. Polynésie 4 mai 2022

On considère l'équation :

$$3\ln(x) - \ln(x+30) = 2\ln(5),$$

où $x$ appartient à l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$.
Donner, parmi les quatre propositions suivantes, la solution de cette équation.

**a.** 0 **b.** $e^{-5}$ **c.** 10 **d.** 20

### Exercice 6. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

## Une horloge au jus d'orange

Pour mettre en évidence le principe de fonctionnement d'une pile, il est possible d'alimenter une horloge grâce à une pile rudimentaire constituée d'une électrode de cuivre et d'une électrode en magnésium plongeant dans du jus d'orange.

En réalisant l'expérience les valeurs suivantes sont relevées :

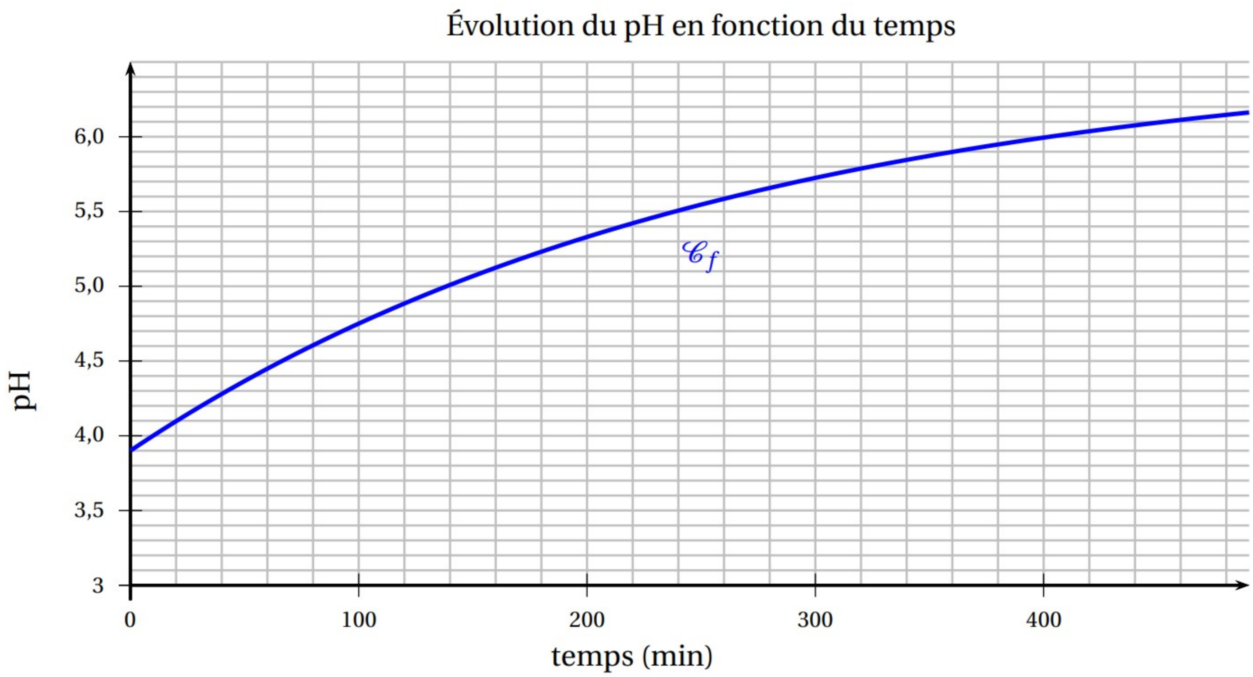
| | | |
|---|---|---|
| Durée de fonctionnement maximale | Environ 21 h | |
| Tension | 1,52 V | |
| Intensité du courant électrique | 0,3 mA | |
| pH du jus d'orange au début et à la fin de l'expérience | Début : 3,9 | Fin : 6,5 |
| Volume du jus d'orange | 140 mL | |

Le but de cet exercice est de modéliser le fonctionnement de cette pile à l'aide d'un modèle mathématique en cohérence avec les résultats expérimentaux mesurés.

On note $t$ le temps, exprimé en minute, écoulé depuis la mise en fonctionnement de la pile au jus d'orange.
À l'aide d'une étude expérimentale, la valeur du pH en fonction du temps peut être modélisée par la fonction $f$ définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par :

$$f(t) = 6,571 - 2,671 e^{-\frac{t}{261}}.$$

Une représentation graphique de $f$ est donnée ci-dessous.




**1.** Calculer $f(0)$. Interpréter ce résultat dans le contexte de l'expérience.

**2. a.** Résoudre graphiquement l'équation $f(t) = 5$.
Donner le résultat en heure et minute.

**b.** Résoudre algébriquement l'équation $f(t) = 5$. Donner le résultat arrondi à la minute. Comparer ce résultat à celui obtenu à la question **2. a.**

**3.** Calculer $\lim\limits_{t \to +\infty} f(t)$. Le résultat est-il compatible avec les valeurs relevées lors de l'expérience ?

## Exercice 7. Métropole — Antilles-Guyane 8 septembre 2022

1. Le nombre $\ln(35)$ est égal à :

   **a.** $\ln(5)\times\ln(7)$ **b.** $\ln(5)+\ln(7)$ **c.** $\ln(30)+\ln(5)$ **d.** $\ln(30)\times\ln(5)$

2. Le nombre $e^{20}$ est égal à :

   **a.** $e^4\times e^5$ **b.** $e^4+e^5$ **c.** $e^5+e^{15}$ **d.** $e^5\times e^{15}$

## Exercice 8. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

On considère la fonction $f$ définie sur l'intervalle $[0,5;\,10]$ par :

$$f(x)=x^2-x-2-3\ln(x).$$

On note $f'$ la fonction dérivée de $f$.

1. Montrer que $f'(x)=\dfrac{(x+1)(2x-3)}{x}$ pour tout $x$ appartenant à l'intervalle $[0,5;\,10]$.
2. Montrer que $f$ admet un minimum sur l'intervalle $[0,5;\,10]$ et préciser la valeur exacte de ce minimum.

## Exercice 9. Métropole — La Réunion (candidats libres) juin 2021

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{-0{,}0434x}=0,01$.
   On donnera la valeur exacte de la solution.
2. Un signal de puissance initiale $P(0)=6,75$ mW parcourt une fibre optique.
   La puissance du signal, exprimée en mW, lorsque celui-ci a parcouru une distance de $x$ kilomètres depuis l'entrée est donnée par $P(x)=6,75e^{-0{,}0434x}$.
   Quelle est la distance parcourue par le signal lorsque celui-ci aura perdu 99 % de sa puissance ?
   On arrondira le résultat obtenu au kilomètre.

## Exercice 10. Métropole — La Réunion (candidats libres) septembre 2021

Le thorium 231 est un élément radioactif qui se désintègre selon la loi :
$N(t) = N(0)e^{-0,027t}$ où $N(0)$ est le nombre de noyaux au début de l'observation et $N(t)$ le nombre de noyaux à l'instant $t$ exprimé en heure.
La demi-vie d'un élément radioactif est le temps au bout duquel la moitié de ses noyaux se sont désintégrés.

> Vrai ou faux :
>
> « La demi-vie du thorium 231 est d'environ 11 heures. »

Corrigé