

## Corrigé

### Équations différentielles

#### Vérifier qu'une fonction donnée est solution d'une équation différentielle

##### Exercice 1.

---

1.  $f_1(x) = e^x$ , équation :  $y' = y$

$$f_1'(x) = e^x \quad \text{et} \quad f_1(x) = e^x \Rightarrow f_1'(x) = f_1(x) \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

2.  $f_2(x) = 3e^{2x}$ , équation :  $y' = 2y$

$$f_2'(x) = 6e^{2x}, \quad 2f_2(x) = 2 \times 3e^{2x} = 6e^{2x} \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

3.  $f_3(x) = -5e^{-3x}$ , équation :  $y' = -3y$

$$f_3'(x) = 15e^{-3x}, \quad -3f_3(x) = -3 \times (-5e^{-3x}) = 15e^{-3x} \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

4.  $f_4(x) = 2e^x + 1$ , équation :  $y' = y - 1$

$$f_4'(x) = 2e^x, \quad f_4(x) - 1 = (2e^x + 1) - 1 = 2e^x \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

5.  $f_5(x) = -3e^{-2x} + 4$ , équation :  $y' = -2y + 8$

$$f_5'(x) = 6e^{-2x}, \quad -2f_5(x) + 8 = -2(-3e^{-2x} + 4) + 8 = 6e^{-2x} \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

6.  $f_6(x) = \frac{1}{2}e^{4x} - 3$ , équation :  $y' = 4y + 12$

$$f_6'(x) = 2e^{4x}, \quad 4f_6(x) + 12 = 4\left(\frac{1}{2}e^{4x} - 3\right) + 12 = 2e^{4x} \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

7.  $f_7(x) = Ce^{5x} - \frac{2}{5}$ , équation :  $y' = 5y + 2$

$$f_7'(x) = 5Ce^{5x}, \quad 5f_7(x) + 2 = 5\left(Ce^{5x} - \frac{2}{5}\right) + 2 = 5Ce^{5x} \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

8.  $f_8(x) = -20e^{5x} - 2$ , équation :  $y' - 5y = 10$

$$f_8'(x) = -100e^{5x}, \quad 5f_8(x) = 5(-20e^{5x} - 2) = -100e^{5x} - 10$$

$$y' - 5y = -100e^{5x} - (-100e^{5x} - 10) = 10 \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

9.  $f_9(x) = \sqrt{2}e^{10x} + 1$ , équation :  $y' + 10 = 10y$

$$f'_9(x) = 10\sqrt{2}e^{10x}, \quad 10f_9(x) = 10(\sqrt{2}e^{10x} + 1) = 10\sqrt{2}e^{10x} + 10$$

$$f'_9(x) + 10 = 10\sqrt{2}e^{10x} + 10 = 10f_9(x) \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

10.  $f_{10}(x) = 3\pi e^{-7x} - 3$ , équation :  $y' + 7y + 21 = 0$

$$f'_{10}(x) = -21\pi e^{-7x}, \quad 7f_{10}(x) = 7(3\pi e^{-7x} - 3) = 21\pi e^{-7x} - 21$$

$$f'_{10}(x) + 7f_{10}(x) + 21 = -21\pi e^{-7x} + 21\pi e^{-7x} - 21 + 21 = 0 \Rightarrow \boxed{\text{vérifiée}}$$

### Exercice 2.

---

$f_1(x) = e^{3x}$  est solution de  $y' = 3y$

$f_2(x) = 2e^{-x}$  est solution de  $y' = -y$

$f_3(x) = -4e^{5x}$  est solution de  $y' = 5y$

$f_4(x) = e^{2x} + 3$  est solution de  $y' = 2y - 6$

$f_5(x) = -\frac{1}{3}e^{-4x} + 5$  est solution de  $y' = -4y + 20$

$f_6(x) = Ce^{6x} - 2$ , avec  $C \in \mathbb{R}$  est solution de  $y' = 6y + 12$

$f_7(x) = -10e^{7x} - 4$  est solution de  $y' - 7y = 28$

$f_8(x) = 3e^{-2x} + 1$  est solution de  $y' + 2y = 2$

$f_9(x) = \sqrt{3}e^{8x} + 2$  est solution de  $y' - 8y = -16$

$f_{10}(x) = 5\pi e^{-6x} - 3$  est solution de  $y' + 6y = -18$